

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real x pentru care numerele x , 8 și $2x+1$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x+1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x+4$. Determinați numărul real a pentru care $(f \circ g)(a) = -a$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_5 x = \log_5(4x+5)$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte, cu cifra zecilor impară, se pot forma cu cifre din mulțimea A .
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ și $B(3,4)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $A = \frac{\pi}{2}$, $C = \frac{\pi}{3}$ și $AE = 2$, unde E este punctul în care bisectoarea unghiului C intersectează latura AB . Arătați că distanța de la punctul B la dreapta CE este egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1-a \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax - 2z = 4 \\ x + y + (1-a)z = 3 \\ 2x + y - 2z = 5 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 2$.
- 5p b) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p c) Pentru $a = 2$, arătați că $x_0 z_0 + y_0 \geq 0$, pentru orice soluție (x_0, y_0, z_0) a sistemului de ecuații, cu x_0, y_0 și z_0 numere reale.
2. Pe mulțimea $M = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{xy - 1}{(x-1)(y-1)}$.
- 5p a) Arătați că $3 * 5 = \frac{7}{4}$.
- 5p b) Determinați $x \in M$ pentru care $x * x = 3$.
- 5p c) Demonstrați că $(x * 2) * x > 2$, pentru orice $x \in M$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln^2 x - x \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(2-x)\ln x}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox .
- 5p c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ are soluție unică.

	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2 + \sqrt{x^2 + 4}$.
5p	a) Arătați că $\int_0^3 \left(f(x) - \sqrt{x^2 + 4} \right) dx = 3$.
5p	b) Arătați că $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{f(x) - x^2 + 2} dx = 1$.
5p	c) Demonstrați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x F(t) dt = 0$, unde $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0) = 0$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{x+2x+1}{2} = 8$ $x = 5$	3p 2p
2.	$g(a) = a + 4$, $(f \circ g)(a) = 2a + 9$, pentru orice număr real a $2a + 9 = -a$, de unde obținem $a = -3$	3p 2p
3.	$\log_5 x^2 = \log_5 (4x + 5)$, de unde obținem $x^2 - 4x - 5 = 0$ $x = -1$, care nu convine sau $x = 5$, care convine	2p 3p
4.	Cifra zecilor se poate alege în 4 moduri Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $4 \cdot 4 = 16$ numere	2p 3p
5.	$\overrightarrow{OA} = 5\vec{j}$, $\overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, deci $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 3\vec{i} + 9\vec{j}$ $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$, de unde obținem $\overrightarrow{OC} = \vec{i} + 3\vec{j}$, deci $C(1,3)$	3p 2p
6.	$\widehat{ECB} = \frac{\pi}{6} = \widehat{EBC}$, deci $EB = EC$, de unde obținem $d(B, CE) = d(C, BE) = CA$ $\operatorname{tg} \widehat{ACE} = \frac{AE}{AC}$, deci $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{AC}$, de unde obținem $d(B, CE) = 2\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0)) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} =$ $= 0 - 2 + 0 + 4 - 0 - 0 = 2$	2p 3p
b)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1-a \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = a^2 - 3a + 2$, pentru orice număr real a $\det(A(a)) = 0 \Leftrightarrow a = 1$ sau $a = 2$, deci matricea $A(a)$ este inversabilă dacă și numai dacă $a \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$	2p 3p
c)	Pentru $a = 2$, soluțiile (x_0, y_0, z_0) cu $x_0, y_0, z_0 \in \mathbb{R}$ sunt $(\alpha, 1, \alpha - 2)$, cu $\alpha \in \mathbb{R}$ $x_0 z_0 + y_0 = (\alpha - 1)^2 \geq 0$, pentru orice soluție (x_0, y_0, z_0) cu $x_0, y_0, z_0 \in \mathbb{R}$	3p 2p
2.a)	$3 * 5 = \frac{3 \cdot 5 - 1}{(3 - 1)(5 - 1)} =$ $= \frac{14}{2 \cdot 4} = \frac{7}{4}$	3p 2p

b)	$x * x = \frac{x^2 - 1}{(x-1)^2} = \frac{x+1}{x-1}$, pentru orice $x \in M$	3p
	$\frac{x+1}{x-1} = 3$, de unde obținem $x = 2$, care convine	2p
c)	$x * 2 = \frac{2x-1}{x-1}$, deci $(x * 2) * x = \frac{2x^2 - 2x + 1}{x(x-1)} =$	3p
	$= 2 + \frac{1}{x(x-1)} > 2$, pentru orice $x \in M$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 1 + \frac{2 \ln x}{x} - \ln x - 1 =$	3p
	$= \frac{2 \ln x - x \ln x}{x} = \frac{(2-x) \ln x}{x}$, $x \in (0, +\infty)$	2p
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(a) = 0$, $a \in (0, +\infty)$	2p
	$\frac{(2-a) \ln a}{a} = 0$, de unde obținem $a = 1$ sau $a = 2$, care convin	3p
c)	Pentru orice $x \in (0, 1]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(0, 1]$, pentru orice $x \in [1, 2]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1, 2]$ și, pentru orice $x \in (2, +\infty)$, $f'(x) < 0$, deci f este strict descrescătoare pe $(2, +\infty)$	2p
	Cum $f(1) = 1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ și f este continuă, obținem că ecuația $f(x) = 0$ are soluție unică	3p
2.a)	$\int_0^3 (f(x) - \sqrt{x^2 + 4}) dx = \int_0^3 (x^2 - 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2x \right) \Big _0^3 =$	3p
	$= 9 - 6 = 3$	2p
b)	$\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{f(x) - x^2 + 2} dx = \int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} dx = \int_0^{\sqrt{5}} \frac{(x^2 + 4)'}{2\sqrt{x^2 + 4}} dx = \sqrt{x^2 + 4} \Big _0^{\sqrt{5}} =$	3p
	$= 3 - 2 = 1$	2p
c)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \int_0^x F(t) dt = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\int_0^x F(t) dt \right)'}{(x^2)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{(2x)'} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{2} = \frac{f(0)}{2} = 0$	2p

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Se consideră numărul complex $z = 2 + i$. Arătați că $z + \bar{z} + z \cdot \bar{z} = 9$, unde $\bar{z}$ este conjugatul numărului complex z . |
| 5p | 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 - 4x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care graficele funcțiilor f și g au exact un punct comun. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(1 + \log_x 2) \log_2 x = 5$. |
| 5p | 4. Se consideră A , mulțimea numerelor naturale de două cifre, formate cu cifre nenule. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A , acesta să aibă produsul cifrelor divizibil cu 5. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ și $B(4,2)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta OB . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 9$ și $AC = 12$. Punctul M este mijlocul segmentului BC . Arătați că distanța de la punctul C la dreapta AM este egală cu $7,2$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|---|
| | 1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} ax + y + z = 2a \\ x - y + az = -4 \\ 3x + 2y + z = 8 \end{cases}$, unde a este număr real. |
| 5p | a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$. |
| 5p | b) Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă. |
| 5p | c) Considerăm (x_1, y_1, z_1) soluția sistemului de ecuații liniare pentru $a = 1$. Pentru $a = 2$, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului de ecuații liniare pentru care $x_0 y_0 = y_1$. |
| | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt{(x^2 + 2)(y^2 + 2)} + m$, unde $m \in [-4, +\infty)$. |
| 5p | a) Pentru $m = 3$, arătați că $0 * 1 = 3$. |
| 5p | b) Pentru $m = 7$, determinați numerele reale x pentru care $x * (2x) = 5$. |
| 5p | c) Determinați $m \in [-4, +\infty)$ pentru care legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^{x-2}}{\sqrt{x-1}}$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^{x-2}(2x-3)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$, $x \in (1, +\infty)$. |
| 5p | b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x))^{\frac{1}{x-2}} = \sqrt{e}$. |
| 5p | c) Determinați mulțimea numerelor reale m pentru care ecuația $f(x) = mx$ are exact două soluții. |

	2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=\left(4x+\frac{6}{x^2}\right)\ln x$.
5p	a) Arătați că $\int_2^3 \frac{f(x)}{\ln x} dx = 11$.
5p	b) Arătați că $\int_1^e x(f(x)-4x\ln x) dx = 3$.
5p	c) Determinați primitiva $F:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ a funcției f , pentru care axa Ox este tangentă la graficul funcției F .

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{mate-info}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z + \bar{z} + z \cdot \bar{z} = 2 + i + 2 - i + (2 + i)(2 - i) =$ $= 4 + 4 - i^2 = 8 + 1 = 9$	2p 3p
2.	$f(x) = g(x)$, deci $x^2 - 6x + m + 1 = 0$ Ecuția are soluție unică, deci $\Delta = 0$ și, cum $\Delta = 32 - 4m$, obținem $m = 8$	2p 3p
3.	$\log_2 x + \log_x 2 \cdot \log_2 x = 5$, de unde obținem $\log_2 x = 4$ $x = 16$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea A are 81 de elemente, deci sunt 81 de cazuri posibile În mulțimea A sunt 17 numere care au produsul cifrelor divizibil cu 5, deci sunt 17 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{17}{81}$	2p 3p
5.	$m_{OB} = \frac{1}{2}$ și, cum $m_{OB} \cdot m_d = -1$, obținem $m_d = -2$ Ecuția dreptei d este $y - 5 = -2x$, adică $y = -2x + 5$	3p 2p
6.	$AM = CM$, de unde obținem $d(C, AM) = d(A, CM) = AD$, unde AD este înălțimea a triunghiului ABC $BC = 15$ și, cum $\frac{15 \cdot AD}{2} = \frac{9 \cdot 12}{2}$, obținem $d(C, AM) = 7,2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$ $= -1 + 2 + 3 + 3 - 2 - 1 = 4$	2p 3p
b)	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -2a^2 + 2a + 4$, pentru orice număr real a $\det(A(a)) = 0 \Leftrightarrow a = -1$ sau $a = 2$, de unde obținem că mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă este $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$	3p 2p
c)	Pentru $a = 2$, soluțiile sistemului de ecuații liniare sunt $(\alpha, 4 - \alpha, -\alpha)$, cu $\alpha \in \mathbb{C}$ Pentru $a = 1$, $y_1 = 3$, deci $\alpha(4 - \alpha) = 3$, de unde obținem $\alpha = 1$ sau $\alpha = 3$, deci soluțiile pentru care $x_0 y_0 = y_1$ sunt $(1, 3, -1)$ și $(3, 1, -3)$	2p 3p
2.a)	$0 * 1 = \sqrt{(0^2 + 2)(1^2 + 2)} + 3 =$ $= \sqrt{9} = 3$	3p 2p

b)	Pentru $m = 7$, $x * (2x) = \sqrt{(x^2 + 2)(4x^2 + 2)} + 7$, pentru orice număr real x $\sqrt{(x^2 + 2)(4x^2 + 2)} + 7 = 5$, deci $2x^4 + 5x^2 - 7 = 0$ și, cum x este număr real, obținem $x = -1$ sau $x = 1$	2p 3p
c)	$(x * y) * z = x * (y * z)$, pentru orice numere reale x , y și z , de unde obținem $((x^2 + 2)(y^2 + 2) + m + 2)(z^2 + 2) + m = (x^2 + 2)((y^2 + 2)(z^2 + 2) + m + 2) + m$ $(m + 2)(z^2 + 2) = (x^2 + 2)(m + 2)$, pentru orice numere reale x și z dacă și numai dacă $m = -2$, care convine	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{e^{x-2}\sqrt{x-1} - e^{x-2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x-1}}}{x-1} =$ $= \frac{e^{x-2}(2x-2-1)}{2(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{e^{x-2}(2x-3)}{2(x-1)\sqrt{x-1}}, x \in (1, +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x))^{\frac{1}{x-2}} = \lim_{x \rightarrow 2} (1 + f(x) - 1)^{\frac{1}{x-2}} = \lim_{x \rightarrow 2} \left((1 + f(x) - 1)^{\frac{1}{f(x)-1}} \right)^{\frac{f(x)-1}{x-2}} =$ $= e^{\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-1}{x-2}} = e^{f'(2)} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$	3p 2p
c)	Considerând $g: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$, obținem $g'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$, deci $g'(x) = \frac{e^{x-2}(2x^2 - 5x + 2)}{2x^2(x-1)\sqrt{x-1}}$, $x \in (1, +\infty)$; $g'(x) = 0 \Rightarrow x = 2$; pentru orice $x \in (1, 2)$, $g'(x) < 0$, deci g este strict descrescătoare pe $(1, 2)$ și, pentru orice $x \in (2, +\infty)$, $g'(x) > 0$, deci g este strict crescătoare pe $(2, +\infty)$ Cum $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$, $g(2) = \frac{1}{2}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ și g este continuă, obținem că ecuația $g(x) = m$, deci ecuația $f(x) = mx$, are exact două soluții dacă și numai dacă $m \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$	3p 2p
2.a)	$\int_2^3 \frac{f(x)}{\ln x} dx = \int_2^3 \left(4x + \frac{6}{x^2} \right) dx = 2x^2 \Big _2^3 - \frac{6}{x} \Big _2^3 =$ $= 10 + 1 = 11$	3p 2p
b)	$\int_1^e x(f(x) - 4x \ln x) dx = \int_1^e \frac{6 \ln x}{x} dx = 6 \int_1^e \ln x (\ln x)' dx = 3 \ln^2 x \Big _1^e =$ $= 3 \ln^2 e - 3 \ln^2 1 = 3$	3p 2p
c)	Axa Ox este tangentă în punctul $A(a, F(a))$ la graficul lui $F \Rightarrow F(a) = 0$ și $F'(a) = 0$, unde $a \in (0, +\infty)$ și, cum $F'(x) = f(x)$, $x \in (0, +\infty)$, obținem $F(a) = 0$ și $f(a) = 0$, deci $a = 1$ $F(x) = \int_1^x f(t) dt = \int_1^x \left(2t^2 - \frac{6}{t} \right)' \ln t dt = \left(2t^2 - \frac{6}{t} \right) \ln t \Big _1^x - \left(t^2 + \frac{6}{t} \right) \Big _1^x = \left(2x^2 - \frac{6}{x} \right) \ln x - x^2 - \frac{6}{x} + 7,$ $x \in (0, +\infty)$	2p 3p